Metody důkazů (dokončení)

1. (binomická věta) Pro každé $n \in \mathbf{N}, a, b \in \mathbf{R}$ platí $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$.

Zobrazení

Definice. Nechť A a B jsou množiny. **Zobrazením množiny** A **do množiny** B nazveme předpis, kterým každému prvku x množiny A přiřadíme jediný prvek y z množiny B.

- Symbolem $f\colon A \to B$ značíme, že f je zobrazením množiny A do množiny B.
- Symbolem $f\colon x \mapsto f(x)$ značíme, že zobrazení f přiřazuje prvku x prvek $f(x)$.
- Množinu A z definice zobrazení nazýváme **definičním oborem zobrazení** f a značíme ji symbolem D_f.

Definice. Nechť $A,\ B$ jsou neprázdné množiny a $f\colon A \to B$.

- Množina
$$f(A) = \{f(x);\ x \in A\}$$
se nazývá **obor hodnot** zobrazení f. (Značíme R_f nebo H_f.)
- **Obrazem** množiny $X \subset A$ při zobrazení f se nazývá množina
$$f(X) = \{f(x);\ x \in X\}.$$
- **Vzorem** množiny $Y \subset B$ při zobrazení f nazveme množinu
$$\{x \in A;\ f(x) \in Y\}.$$

Definice. Nechť $A,\ B$ jsou neprázdné množiny a $f\colon A \to B$.

- Zobrazení f je **na**, jestliže $f(A) = B$.
- Zobrazení f je **prosté**, jestliže
$$\forall x_1, x_2 \in A:\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2).$$
- Zobrazení f je **bijekce**, jestliže je prosté a na.
- Podmnožina $G_f = \{[x,y];\ x \in A,\ y = f(x)\}$ kartézského součinu $A \times B$ se nazývá **grafem zobrazení** f.

Definice. Nechť $f\colon A \to B$ a $g\colon B \to C$ jsou dvě zobrazení. Symbolem $g \circ f$ označíme zobrazení množiny A do množiny C definované předpisem
$$(g \circ f)(x) = g(f(x)).$$
Takto definované zobrazení se nazývá **složeným zobrazením**.

Definice. Nechť $f\colon A \to B$ je prosté a na. **Inverzním zobrazením** $f^{-1}\colon B \to A$ rozumíme zobrazení definované předpisem $f^{-1}\colon y \mapsto x$, kde x splňuje $f(x) = y$.